Inkompressible Newtonsche Fluide:

- Unter den Voraussetzungen

(V1) $\rho(x,t) = \text{const}$, d.h. Fluid ist inkompressibel.

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \underset{(9)}{\Longrightarrow} \boxed{\operatorname{div} v = 0} \text{ in } D \quad (10)$$

(V2) $\mu = \text{const} > 0$

Läßt sich der Term (29) weiter vereinfachen:

$$\sum_{j=1}^{d} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \sum_{j=1}^{d} \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right]$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta v_i + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \underbrace{\operatorname{div} v}_{=0 \ (V1)}$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta v_i$$

- Damit erhalten wir die Bewegungsgleichungen

a) in konservativer Form ($\hat{=}$ (18))

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \underbrace{\operatorname{div}(\rho v_i v)}_{\text{nichtlinear}} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta v_i + \rho f_i, \quad i=\overline{1,d} \qquad (30)$$

b) in konvektiver Form ($\hat{=}$ (19)-(20))

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \underbrace{\rho v \cdot \nabla v_i}_{\text{nichtlinear}} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta v_i + \rho f_i, \quad i=\overline{1,d} \qquad (31)$$

bzw. nach Division durch ρ

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v \cdot \nabla v_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta v_i + f_i \quad \text{in } D, \ i=\overline{1,d}$$

mit der kinimatischen Viskosität $\nu = \frac{\mu}{\rho} > 0$.

- Man nennt (30) bzw. (31) zusammen mit (10) <u>Navier-Stokes-Gleichungen</u>.