3.5.2. Newtonsche Fluide (reibungsbehaftet)

- Mit dem Ansatz

(24) $\quad \sigma = -p\,I + \tau$

wird die innere Reibung im Fluid (Scherspannungen) berücksichtigt, wobei

(25) $\quad \tau = \lambda \operatorname{div} v\, I + 2\mu\, \dot{\varepsilon}$

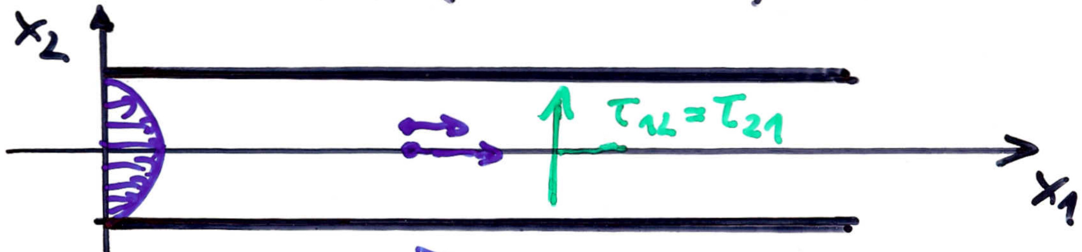
mit dem Deformationsratentensor

(26) $\quad \dot{\varepsilon} = [\dot{\varepsilon}_{ij}], \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$

und der dynamischen Viskosität μ.
Aus physikalischen Überlegungen erhält man:

(27) $\quad \mu \geq 0 \quad$ und $\quad \lambda = -\frac{2}{3}\mu$.

- Die dynamische Viskosität μ kann z.B. aus einer Parallelströmung (z.B. in x_1-Richtung) bestimmt werden ($\rightarrow$ Newton):



(28) $\quad \tau_{21} = \mu \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \qquad (\mu \nearrow \Rightarrow \text{Viskosität} \nearrow)$

- Aus (24) - (27) ergibt sich

(29) $\quad \sum_{j=1}^{d} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(p + \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} v\right) + \sum_{j=1}^{d} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right)$

- $\Rightarrow$ Kompressible Navier-Stokes-Gl.:
  $(d+1)$ Gl. für $(d+2)$ Unbek. v, p, ϱ
  \+ Energiegl. Θ + Zustandsgl. $p = p(\varrho, \Theta)$