2.2.6. Variationsprobleme der Linearen 3D Elastizitätstheorie

■ Btr. die <u>Klassische gemischte RWA</u> der Linearen 3D Elastizitätstheorie mit homogenen (o.B.d.A.) Verschiebungsrbd. auf Γ_u (meas $\Gamma_u > 0$) und Kräfterbd. auf Γ_t im isotropen Falle als Modellaufgabe:

(41)

(32) 1. Kräftegleichgewicht: $-\sigma_{ji,j}(x) = f_i(x)$, $i=\overline{1,3}$, $x \in \Omega$

(33) 2. $\varepsilon - u -$ Beziehung: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$, $i,j = \overline{1,3}$

(34) 3. $\sigma - \varepsilon -$ Bez. (isotrop): $\sigma_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$, $i,j=\overline{1,3}$, $\Theta = \varepsilon_{kk}$

bzw. $\sigma_{ij} = D_{ijkl}\, \varepsilon_{kl}$ mit

$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$

(40) 4. RB: $u(x) = \Theta$, $x \in \Gamma_u$

$\sigma_{ji}(x)\, n_j(x) = t_i(x)$, $i = \overline{1,3}$, $x \in \Gamma_t$

■ <u>Bemerkung:</u>

- 1. RWA (Dirichlet): $\Gamma_u = \Gamma$
- 2. RWA (Neumann): $\Gamma_t = \Gamma$ fordert gesonderte Betrachtung, da $-D_{jikl}\,\varepsilon_{kl,j}(v) = 0 \;\forall v \in R$!
- Alle anderen RWA, d.h. (39) und $(40)_{G}$ etc. können analog zu (32)–(34)+(40) = (41) untersucht werden

■ <u>Bemerkung:</u> Klassische Formulierung von (41):

Ges $u \in X = [C^2(\Omega)]^3 \cap [C^1(\Omega \cup \Gamma_t)]^3 \cap [C(\Omega \cup \Gamma_u)]^3$: (41)