2.2.5. Die LAMÉsche Gleichungen und typische Randbedingungen

■ Aus den Punkten

- 2.2.1 Spannungszustand (Kinetik),
- 2.2.2 Verzerrungszustand (Kinematik),
- 2.2.3 Stoffgesetz (Materialtheorie)

ergeben sich die beschreibende partiellen Differentialgleichungen der linearen 3D Elastizitätstheorie:

1. Kräftegleichgewicht (equilibrium equations):

(32)$_{sta}$ a) Statik: $-\sigma_{ji,j}(x) = f_i(x)$, $i=\overline{1,3}$, $x \in \Omega$,

(32)$_{dyn}$ b) Dynamik: $\varrho \ddot{u}_i(x,t) - \sigma_{ji,j}(x,t) = f_i(x,t)$, $i=\overline{1,3}$
$(x,t) \in Q_T = \Omega \times (0,T)$;

2. Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehung (Kinem):

(33) $$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i,j = \overline{1,3};$$

3. σ-ε-Beziehung (HOOKsches Gesetz)

(34) (i) allgemein: $\sigma_{ij} = D_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}$, $i,j=\overline{1,3}$

(ii) isotrop: $D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$,
$$\sigma_{ij} = \lambda\,\varepsilon_{kk}\,\delta_{ij} + 2\mu\,\varepsilon_{ij}$$

4. Rand- und Anfangsbedingungen:

a) Statik: RB: 1. - 4. Art (↓ Folie 20d)

b) Dynamik: RB: 1.-4. Art (↓ Folie 20d)

AB:

(35)$_0$ $u_i(x,0) = u_{0,i}(x,0)$, $x \in \overline{\Omega}$

(35)$_1$ $\frac{\partial u_i}{\partial t}(x,0) = u_{1,i}(x,0)$, $x \in \overline{\Omega}$

$i = \overline{1,3}$