

- Ein Material wird in einem Pkt.  $x$  isotrop genannt, wenn die Eigenschaften des Materials im Pkt.  $x$  nicht von der Richtung abhängen. Ein Körper ist isotrop, falls das Material in jedem Pkt.  $x$  des Körpers isotrop ist. Wenn  $x = (x_1, x_2, x_3)$  und  $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$  zwei orthogonale Koordinatensysteme sind, dann müssen folglich zusätzlich zu (24) die Beziehungen

$$(26) \quad a_{ki} a_{ej} D_{ijmn} a_{np} a_{mq} = D_{kpeq}$$

gelten, wobei  $a_{ij} = \cos \phi(x_i, \tilde{x}_j)$ .

Damit bleiben 2 unabhängige Konstanten übrig! (unns)  
Das elastische Potential kann dann in der Form

$$(27) \quad W(\varepsilon) = \frac{1}{2} (\lambda J_1^2(\varepsilon) + 4\mu J_2(\varepsilon))$$

geschrieben werden, wobei

$\lambda, \mu$  - Lamé'sche Konstanten:  $\lambda, \mu > 0$ ,

$J_1(\varepsilon) = \varepsilon_{ii}$  - lineare Invariante von  $\varepsilon$ ,

$J_2(\varepsilon) = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}$  - quadratische Invariante von  $\varepsilon$ .

Setzt man nun die Beziehungen

$$J_1^2(\varepsilon) = (\varepsilon_{ii})^2 = (\delta_{ij} \varepsilon_{ij})^2 = \delta_{ij} \delta_{ke} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke} \quad \text{und}$$

$$2 J_2(\varepsilon) = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} = \delta_{ik} \delta_{je} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke}$$

in (27) ein erhalten wir

$\equiv D_{ijke}$

$$(28) \quad W(\varepsilon) = \frac{1}{2} [\lambda \delta_{ij} \delta_{ke} + \mu (\delta_{ik} \delta_{je} + \delta_{ie} \delta_{jk})] \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke}$$

Damit folgt HOOK:

$\geq \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}$

$$(29) \quad \sigma_{ij} = [\lambda \delta_{ij} \delta_{ke} + \mu (\delta_{ik} \delta_{je} + \delta_{ie} \delta_{jk})] \varepsilon_{ke} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

mit  $\Theta = 3 \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{ii} = I_1(\varepsilon)$  - Volumendilatation.

$$(30) \quad W(\varepsilon) \geq \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}.$$