

## ■ Kugeltensor und Deviator:

- Die Invariante

$$(21) \quad p = \frac{1}{3} I_1(\sigma) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

heißt hydrostatische Spannung (Druck) bzw. Hauptnormalspannung. Offenbar kann jeder Spannungstensor  $\sigma = [\sigma_{ij}]$  eindeutig als Summe eines Kugeltensors und eines Deviators dargestellt werden:

$$(22) \quad \sigma = \text{Kugeltensor} + \text{Deviator} = \sigma_0 + S$$

$$\text{wobei } \sigma_0 = [p \delta_{ij}]_{i,j=1,2,3} = p [\delta_{ij}]_{i,j=1,2,3}$$

$$S = \sigma - \sigma_0 = [s_{ij}]_{i,j=1,2,3} = \left[ \sigma_{ij} - \underbrace{\frac{1}{3} \sigma_{kk}}_p \delta_{ij} \right]_{i,j=1,2,3}$$

- Für die Invarianten  $I_1(S), I_2(S), I_3(S)$  des Deviators gilt:

$$(23) \quad I_1(S) = s_{ii} = \sigma_{ii} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ii} = 0,$$

$$\begin{aligned} I_2(S) &= s_{11}s_{22} + s_{22}s_{33} + s_{33}s_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2 = \dots = \\ &= -\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \left( I_2(S) - \frac{1}{2} (s_{kk})^2 \right) = \\ &= s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_3 s_1 = -\frac{1}{2} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) = \\ &= -\frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2] = \\ &= -\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = -J_2(\sigma), \end{aligned}$$

$$I_3(S) = \det [s_{ij}] = s_1 s_2 s_3 = \frac{1}{3} (s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) = J_3(S),$$

wobei  $s_1, s_2, s_3$  - Hauptdeviatorspannungen, d.h. EW d. Deviators.

- Die Invariante

$$(24) \quad \tau_{\text{I}} = \sqrt{-I_2(S)} = \sqrt{-J_2(\sigma)}$$

heißt Schubspannungsintensität, die in der Plastizitätstheorie eine wichtige Rolle spielt.