Kugeltensor und Deviator:

- Die Invariante

(21) $$p = \frac{1}{3} I_1(\sigma) = \frac{1}{3}\sigma_{kk} = \frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)$$

heißt <u>hydrostatische Spannung</u> (~~Druck~~) bzw. Hauptnormalspannung. Offenbar ~~kann jeder~~ Spannungstensor $\sigma = [\sigma_{ij}]$ ~~eindeutig als~~ Summe eines <u>Kugeltensors</u> und eines <u>Deviators</u> ~~dargestellt~~ werden

(22) $$\sigma = \text{Kugeltensor} + \text{Deviator} = \sigma_0 + s$$

wobei $\sigma_0 = [p\,\delta_{ij}]_{i,j=\overline{1,3}} = p\,[\delta_{ij}]_{i,j=\overline{1,3}}$

$$s = \sigma - \sigma_0 = [\underset{\substack{\shortparallel \\ s_{ji}}}{s_{ij}}]_{i,j=\overline{1,3}} = [\sigma_{ij} - \underbrace{\tfrac{1}{3}\sigma_{kk}}_{p}\,\delta_{ij}]_{i,j=\overline{1,3}}.$$

- Für die Invarianten $I_1(s), I_2(s), I_3(s)$ des Deviators gilt:

(23) $$I_1(s) = s_{ii} = \sigma_{ii} - \tfrac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ii} = 0,$$

$$\begin{aligned}
I_2(s) &= s_{11}s_{22} + s_{22}s_{33} + s_{33}s_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2 = \ldots = \\
&= -\tfrac{1}{2}s_{ij}s_{ij} = \left(I_2(s) - \tfrac{1}{2}(s_{kk})^2\right) = \\
&= s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_3 s_1 = -\tfrac{1}{2}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) = \\
&= -\tfrac{1}{6}\left[(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + (\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + (\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2\right] = \\
&= -\tfrac{1}{6}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right] = -J_2(\sigma),
\end{aligned}$$

$$I_3(s) = \det[s_{ij}] = s_1 s_2 s_3 = \tfrac{1}{3}(s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) = J_3(\sigma),$$

wobei s_1, s_2, s_3 – Hauptdeviatorspannungen, d.h. EW d. Deviators.

- Die Invariante

(24) $$\tau_I = \sqrt{-I_2(s)} = \sqrt{-J_2(\sigma)}$$

heißt <u>Schubspannungsintensität</u>, die in der Plastizitätstheorie eine wichtige Rolle spielt.