- **Invarianten des Spannungstensors:**

Die Haupspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sind Wurzels des charakteristischen Polynoms

(19) $$\det[\sigma_{ij} - \lambda\delta_{ij}] = -\lambda^3 + I_1(\sigma)\lambda^2 - I_2(\sigma)\lambda + I_3(\sigma) = 0,$$

wobei die Koeffitienten ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$!)

(20) $$I_1(\sigma) = \sigma_{ii} := \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3,$$

$$I_2(\sigma) = \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2$$
$$= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1,$$

$$I_3(\sigma) = \det[\sigma_{ij}] = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

des charakteristischen Polynoms invariant gegenüber orthogonale Transformationen sind. $I_1(\sigma)$, $I_2(\sigma)$, und $I_3(\sigma)$ nennt man 1., 2. und 3. Invarianten des Spannungstensors.

Dann ist auch jede homogene, symmetrische Fkt. wieder eine Invariante des Spannungstensors, z.B

$$J_1(\sigma) = I_1(\sigma) = \sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3,$$

$$2J_2(\sigma) = I_2(\sigma) + \frac{1}{2}I_1^2(\sigma) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$$

$$3J_3(\sigma) = I_3(\sigma) + I_2(\sigma)I_1(\sigma) + \frac{3}{3}I_1^3(\sigma)$$
$$= \sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} = \sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3$$

heißen lineare, quadratische und kubische Invarianten des Spannungstensors.