

# ■ Hauptspannungen und Invarianten des Spannungstensor:

- Für jeden Spannungszustand  $\{ \sigma_{ij} \} \in \mathcal{N}$  in einem Pkt.  $x \in \bar{\Omega}$  existieren offenbar 3 orthogonale Ebenen mit den Normalen  $n \approx \vec{n} = \vec{n}(x) = n^{(1)}, n^{(2)}, n^{(3)}$ :

$$(17) \quad t^{(n)}(x) = \sigma_n(x) \vec{n} \quad (\Rightarrow \tau_n(x) = 0 \text{ !}).$$

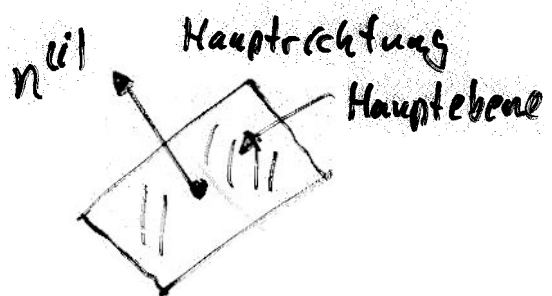
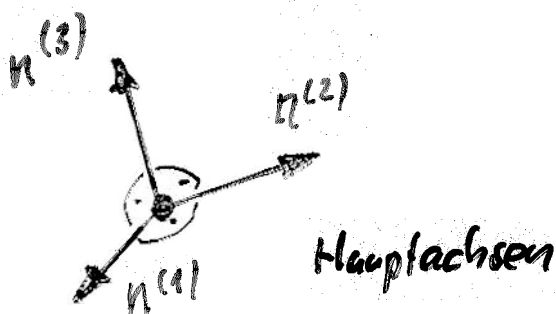
Tatsächlich, mit (11) ist (17) äquivalent zum Eigenwertproblem (EWP)  $(l=1,2,3)$

$$(18') \quad \sigma_{ji}(x) n_j - \lambda n_i \equiv (\sigma_{ji}(x) - \lambda \delta_{ji}) n_j = 0$$

Da  $[\sigma_{ji}]_{j,i=1,2,3}$  wegen (16) symmetrisch ist, existieren 3 nicht notwendig verschiedene, reelle

Hauptspannungen

$$\begin{aligned} \text{EW: } \lambda &= \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \\ \text{EV: } \vec{n} &= n^{(1)} \perp n^{(2)} \perp n^{(3)} : (n^{(i)}, n^{(j)}) = \delta_{ij} \end{aligned}$$



Offenbar gilt (Rayleigh-Quotient)

$$\sigma_3 = \min_{\substack{n \in \mathcal{N} \\ |n|=1}} \sigma_{ij} n_i n_j \leq \sigma_2 = \sigma_{ij} n_i n_j \leq \max_{n \in \mathcal{N}} \sigma_{ij} n_i n_j = \sigma_1$$