Hauptspannungen und Invarianten des Spannungstensors:

- Für jeden Spannungszustand $\{t^{(n)}(x)\}_{n\in\mathcal{N}}$ in einem Pkt. $x \in \overline{\Omega}$ existieren offenbar 3 orthogonale Ebenen mit den Normalen $n \approx \vec{n} = \vec{n}(x) = n^{(1)}, n^{(2)}, n^{(3)}$:

$$(17) \qquad t^{(n)}(x) = \sigma_n(x)\,\vec{n} \qquad (\Rightarrow \tau_n(x) = 0\ !).$$

Tatsächlich, mit (11) ist (17) äquivalent zum Eigenwertproblem (EWP) $(i=1,2,3)$

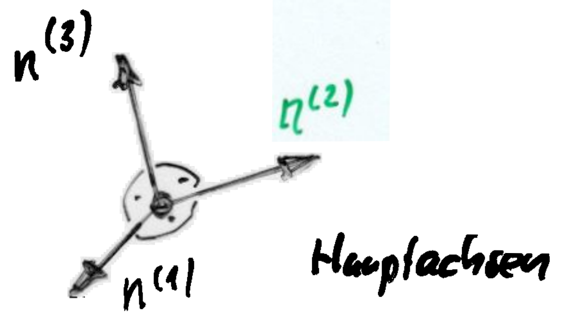
$$(18) \qquad \sigma_{ji}(x)\,n_j - \lambda n_i \equiv (\sigma_{ji}(x) - \lambda\delta_{ji})\,n_j = 0$$

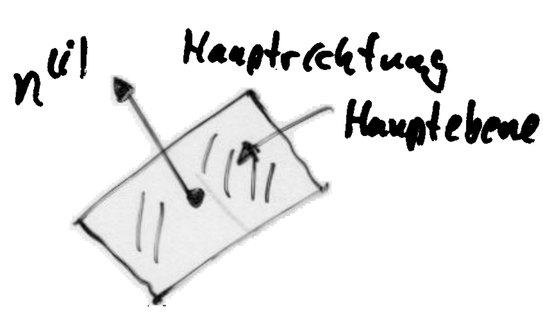
Da $[\sigma_{ji}]_{j,i=\overline{1,3}}$ wegen (16) symmetrisch ist, existieren 3 nicht notwendig verschiedene, reelle

Hauptspannungen

$$\text{EW } \lambda = \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$\text{EV: } \vec{n} = n^{(1)} \perp n^{(2)} \perp n^{(3)} : (n^{(i)}, n^{(j)}) = \delta_{ij}$$





Offenbar gilt (Rayleigh-Quotient)

$$\sigma_3 = \min_{\substack{n\in\mathcal{N}\\|n|=1}} \sigma_{ij} n_i n_j \leq \sigma_n = \sigma_{ij} n_i n_j \leq \max_{n\in\mathcal{N}} \sigma_{ij} n_i n_j = \sigma_1$$