Ü 2.1 Sei $u \in C^{2,2}(Q_T)$, $f \in C(Q_T)$, $E \in C^1(0,\ell)$ und $\varrho \in C(0,\ell)$ mit $Q_\ell = (0,\ell) \times (0,T)$.

Man zeige, daß dann $\exists\, x^*, x^{**}, x^{***} \in (x_1,x_2)$ und $t^*, t^{**}, t^{***} \in (t_1,t_2)$, sodaß (8) übergeht in

$$\frac{\partial^2 u(x^*,t^*)}{\partial t^2}\varrho(x^*)\Delta t\Delta x = \frac{\partial}{\partial x}\left(E(x^{**})\frac{\partial u}{\partial x}(x^{**},t^{**})\right)\Delta t\Delta x + $$

$$+ f(x^{***},t^{***})\Delta t\Delta x$$

__Hinweis:__ MWS der Differential- und Integralrechnung!

Ü 2.2 Seien $\varrho, E = \text{const} > 0$. Der Stab werde zeitharmonisch erregt, d.h.

$$f(x,t) = f(x)e^{i\omega t} = f(x)(\cos(\omega t) + i\sin(\omega t)),$$

$$g_\ell(t) = g_\ell\, e^{i\omega t} = g_\ell(\cos(\omega t) + i\sin(\omega t)),$$

wobei ω die Erregerfrequenz und f und g die Amplituden bezeichnen.

Man suche die periodischen Lösungen $u(x,t)$ und bestimme die kritischen Frequenten

__Hinweis:__ Man mache den Ansatz

$$u(x,t) = u(x)e^{i\omega t} \;!$$