

P IX Mittwoch, d. 11.12.2002 (Zeit : 10¹⁵ – 11⁰⁰ Uhr; Raum : T 711)

2.8 Steife Differentialgleichungen

Ü15 Zeigen Sie: Für die Stabilitätsfunktion $R(z)$ einer Runge-Kutta-Formel der Ordnung p gilt:

$$R(z) = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^p}{p!} + \mathcal{O}(z^{p+1}).$$

Ü16 Berechnen Sie den Stabilitätsbereich $S = \{z \in \mathbf{C} : |R(z)| \leq 1\}$ für die implizite Mittelpunktsregel und die implizite Trapezregel!

Ü17 Zeigen Sie Satz 3.45 aus der Vorlesung, also dass aus der B-Stabilität eines Verfahrens dessen A-Stabilität folgt!

***Ü18** Eine Runge-Kutta-Formeln ist algebraisch stabil, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

1. $b_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, l$
2. Die Matrix $M = [m_{ij} := m_{ij} = b_i a_{ij} + b_j a_{ji} - b_i b_j]_{i,j=1,\dots,l}$ ist positiv semi-definit.

Zeigen Sie, dass aus der algebraischen Stabilität einer Runge-Kutta-Formel deren B-Stabilität folgt!